БЛОК №4

4. МЕТРИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ

4.1. Теоретические положения

Метрическими называются задачи, в которых определяются натуральные размеры элементов фигур.

Определение натуральной величины отрезка прямой способом прямоугольного треугольника

Натуральной величиной отрезка **AB** (рис.19) является гипотенуза прямоугольного треугольника **AB*B**, у которого один катет равен горизонтальной проекции отрезка **AB*=A_1B_1**, а другой – разности высот концов отрезка **$\delta Z = BB^* = BB_1 - AA_1$**. Рассмотрим комплексный чертеж (рис.20). Пусть отрезок **AB** задан проекциями **A_1B_1** и **A_2B_2**. Построим прямоугольный треугольник **$A_1B_1\bar{B}$** по катетам **A_1B_1** и **$B_1\bar{B} = \delta Z_{AB}$**. Треугольник **$A_1B_1\bar{B}$** равен треугольнику **AB*B**. Гипотенуза **$A_1\bar{B}$** есть натуральная величина отрезка **AB**. Полученный угол **α** определяет величину угла наклона отрезка **AB** к плоскости проекций **Π_1**.

Аналогично определяется натуральная величина отрезка по его фронтальной проекции и разности глубин его концов.

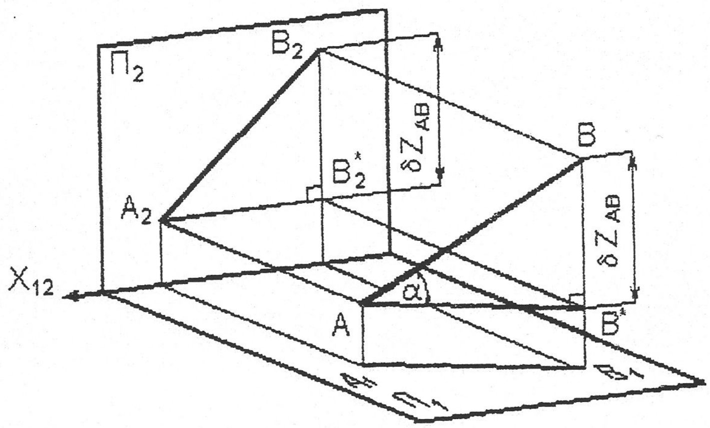


Рис.19

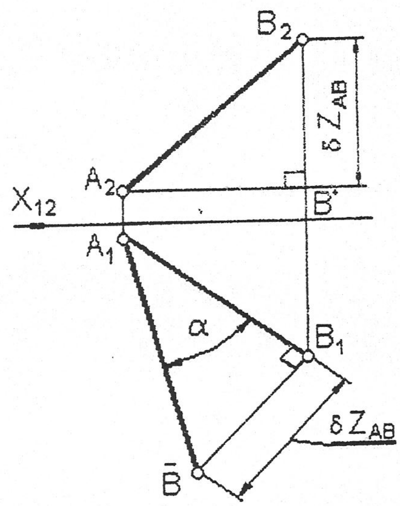


Рис.20

Ортогональная проекция прямого угла

Теорема. Если одна из сторон, расположенного в пространстве прямого угла, параллельна плоскости проекций, а вторая сторона не перпендикулярна этой плоскости, то на эту плоскость проекций прямой угол проецируется без искажения.

Следствие. Если одна из сторон прямого угла является горизонталью, то прямой угол проецируется без искажения на плоскость проекций Π_1, если – фронталью, то – на Π_2, если – прямой профильного уровня, то – на Π_3 (рис.21, 22).

Теорема верна как для пересекающихся прямых линий, так и для скрещивающихся. Углом между скрещивающимися прямыми называется угол, образованный двумя пересекающимися прямыми, параллельными скрещивающимся прямым.

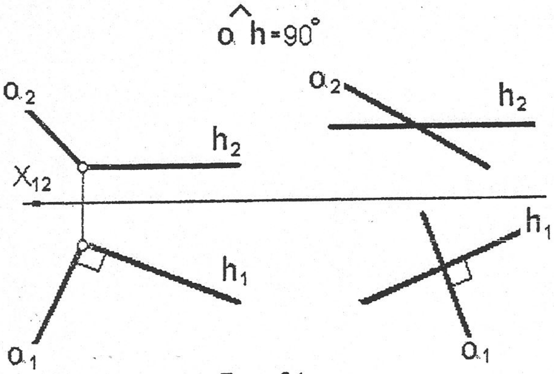


Рис. 21

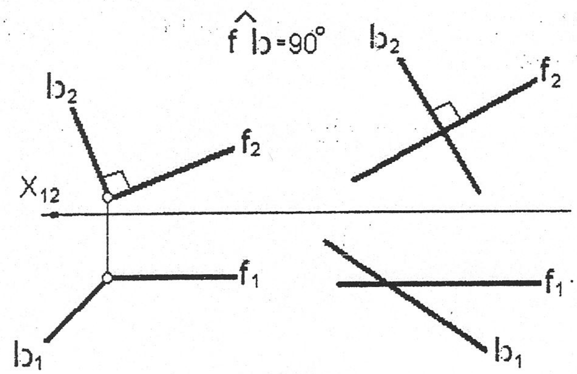


Рис. 22

Перпендикулярность прямой и плоскости на комплексном чертеже

Теорема. Если прямая перпендикулярна плоскости, то горизонтальная проекция прямой перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали, а фронтальная проекция прямой – фронтальной проекции фронтали этой плоскости.

Символьно, эту теорему можно записать так: Если $\boldsymbol{\ell \perp \Sigma}$, то $\boldsymbol{\ell_1 \perp h_1}$, а $\boldsymbol{\ell_2 \perp f_2}$, где $\boldsymbol{h, f \in \Sigma}$ (рис.23).

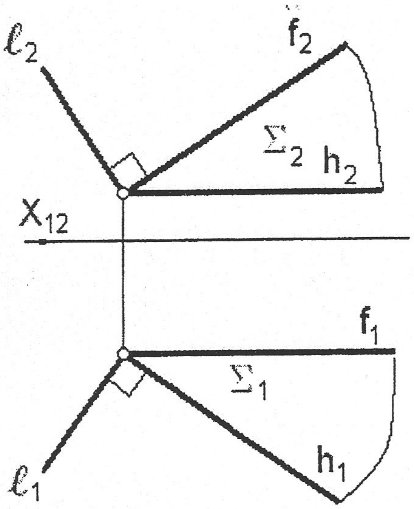


Рис.23

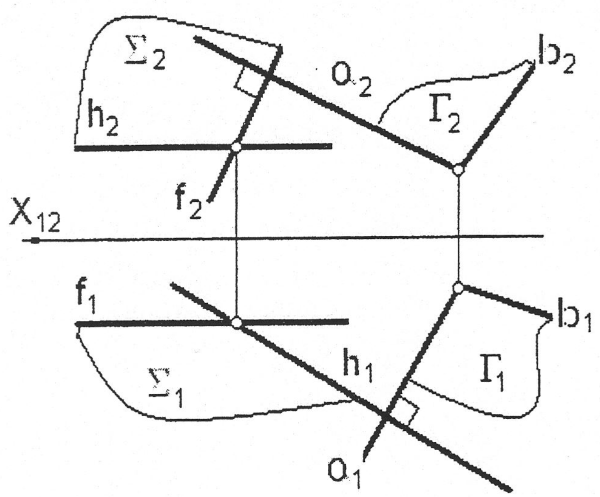


Рис.24

Взаимная перпендикулярность плоскостей

Две плоскости взаимно перпендикулярны, если одна из них проходит через перпендикуляр к другой. Через точку можно провести сколь угодно много плоскостей перпендикулярных другой плоскости, через прямую – только одну. Построение взаимно перпендикулярных плоскостей сводится к построению перпендикуляра к плоскости. Плоскости $\boldsymbol{\Sigma(h \cap f)}$ и $\boldsymbol{\Gamma(a \cap b)}$ взаимно перпендикулярны, так как $\boldsymbol{a_1 \perp h_1}$, $\boldsymbol{a_2 \perp f_2}$.

Линии наибольшего наклона

Прямые линии, принадлежащие плоскости, и, составляющие наибольшие углы с плоскостями проекций, называются линиями наибольшего наклона (рис.25).

Теорема. Прямые, принадлежащие плоскости, и, перпендикулярные линиям уровня этой плоскости, являются линиями наибольшего наклона.

$AH \perp h$ ($A_1H_1 \perp h_1$) – линия наибольшего наклона плоскости **$\Sigma(A,B,C)$** к плоскости **Π_1** (рис.25 а), а угол **α** – угол наклона плоскости **Σ** к **Π_1**.

$AF \perp f$ ($A_2F_2 \perp f_2$) – линия наибольшего наклона плоскости **$\Sigma(A,B,C)$** к плоскости **Π_2** (рис.25 б), а угол **β** – угол наклона плоскости **Σ** к плоскости **Π_2**.

а) б)

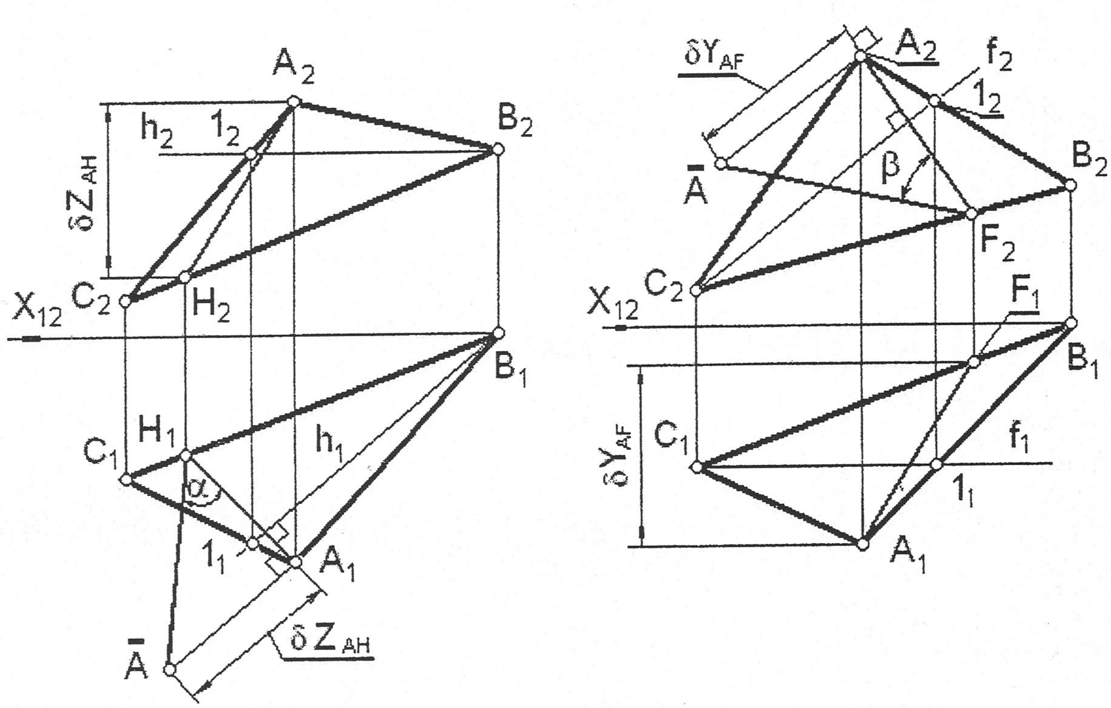


Рис.25

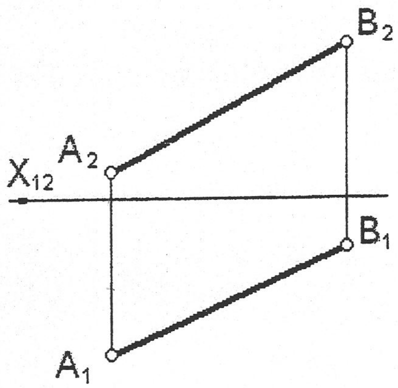
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

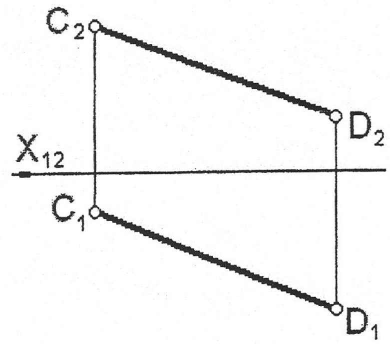
1. Какие задачи относятся к метрическим?
2. Как можно определить углы наклона прямой линии к плоскостям проекций?
3. В чем состоит способ прямоугольного треугольника?
4. В каком случае прямой угол проецируется без искажений?
5. Как определить угол между скрещивающимися прямыми?
6. Когда две плоскости взаимно перпендикулярны?
7. Что такое линии наибольшего наклона?
8. Как определить угол наклона плоскости к плоскостям проекций?

4.2. Задачи

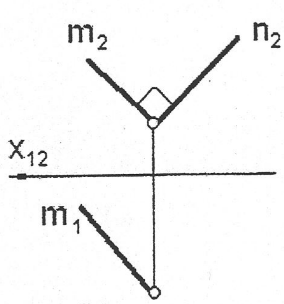
1. Определить натуральную величину отрезков **AB** и **CD** способом прямоугольного треугольника, используя:

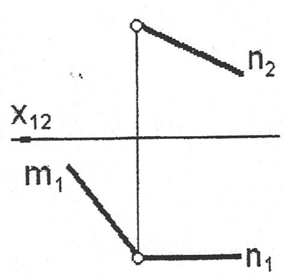
а) разность высот концов отрезка **AB**; б) разность глубин концов отрезка **CD**.

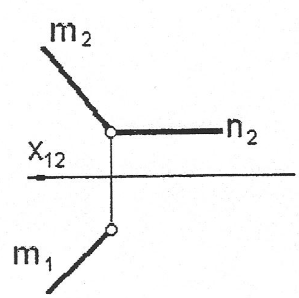


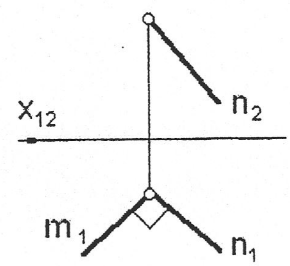


2. Достроить недостающие проекции сторон прямого угла, образованного пересекающимися прямыми **m** и **n**.

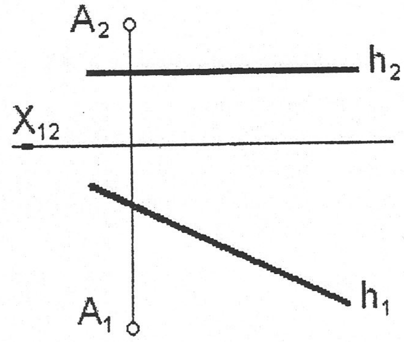


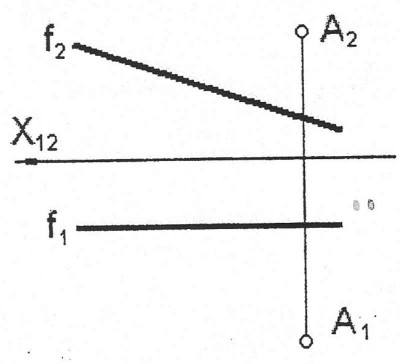




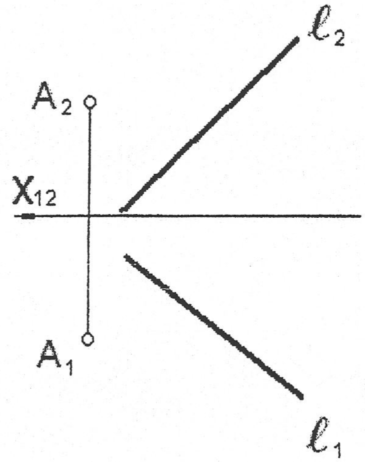


3. Из точек **A** опустить перпендикуляры на горизонталь **h** и на фронталь **f** и определить длину этих перпендикуляров.

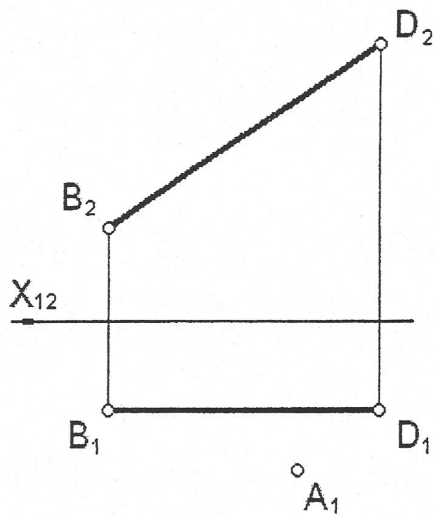




4. Через точку **A** провести горизонталь **h** и фронталь **f**, перпендикулярные к прямой **ℓ** и с ней скрещивающиеся.

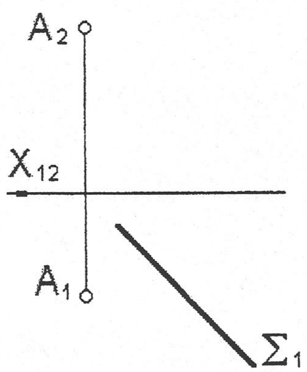


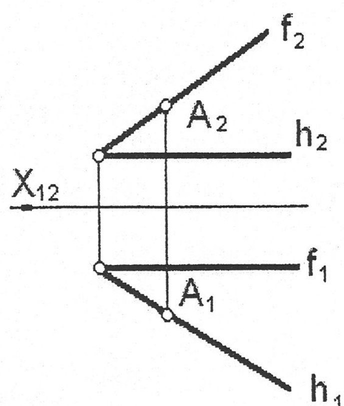
5. Построить проекции ромба **ABCD**, если даны диагональ и горизонтальная проекция вершины **A**.

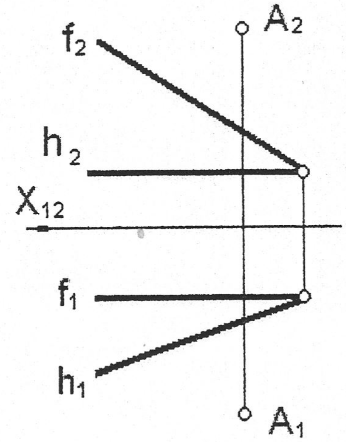


6. Через точку **A** провести прямую **ℓ**, перпендикулярную каждой из следующих плоскостей:

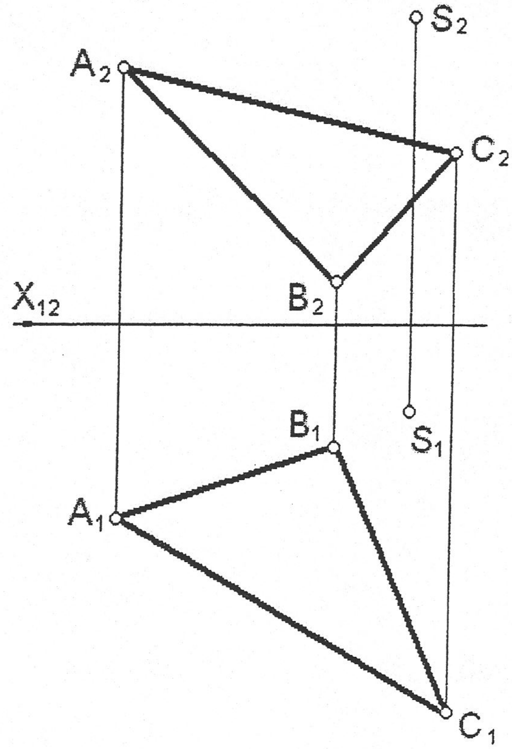
а) $\mathbf{\Sigma(\Sigma_1) \perp \Pi_1}$ б) $\mathbf{\Sigma(h \cap f)}$ в) $\mathbf{\Sigma(h \cap f)}$



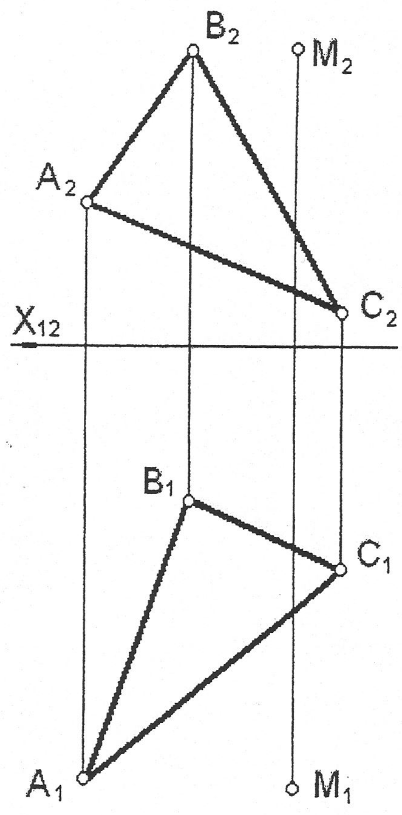




7. Определить расстояние от точки **S** до плоскости **Δ(A,B,C)**.

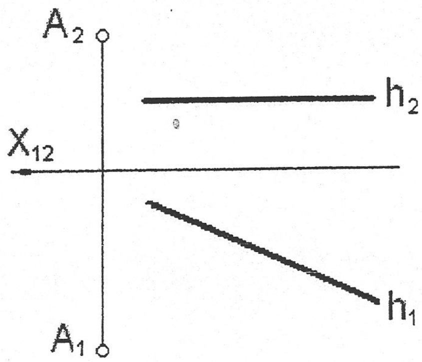


8. Построить точку **N**, симметричную точке **M** относительно плоскости общего положения **Γ(A,B,C)**.

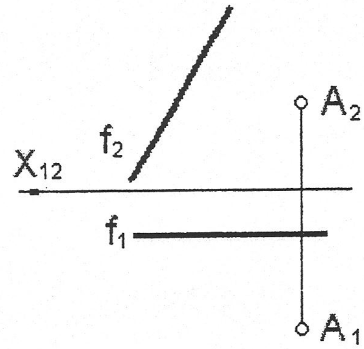


9. Через точку **A** провести плоскости **Σ**, перпендикулярные каждой из следующих прямых:

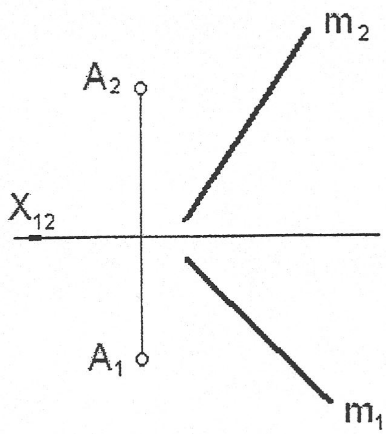
а) горизонтали **h**,



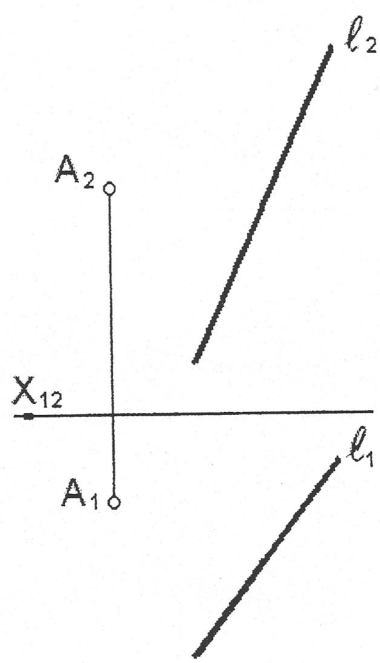
б) фронтали **f**,



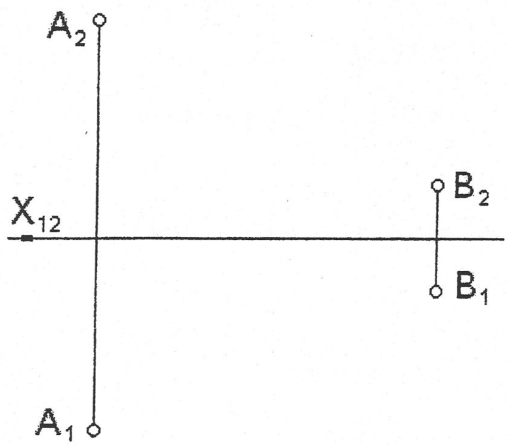
в) общего положения **m**.



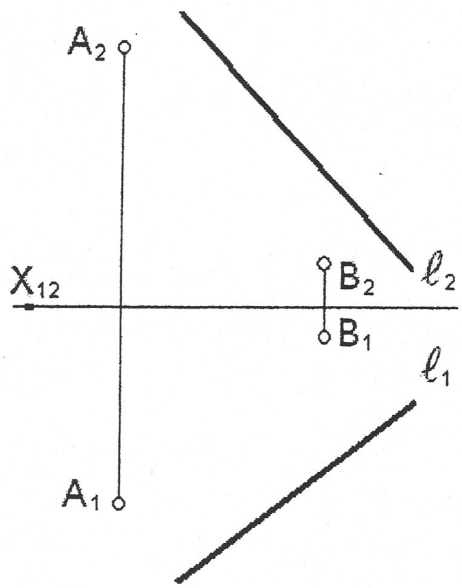
10. Определить расстояние от точки **A** до прямой **ℓ**.



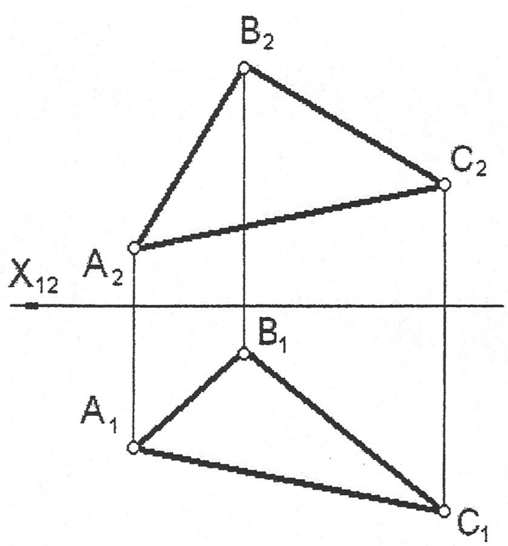
11. Построить геометрическое место точек, равноудаленных от точек **A** и **B**.



12. На прямой **ℓ** найти точку, равноудаленную от точек **A** и **B**.

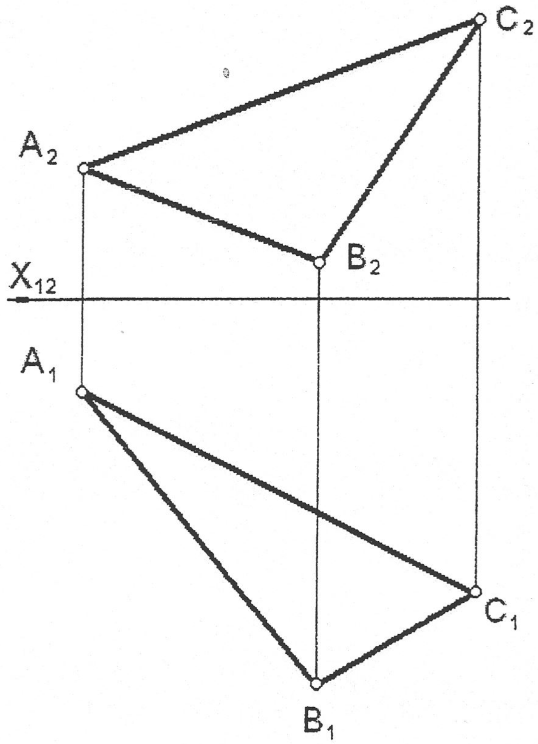


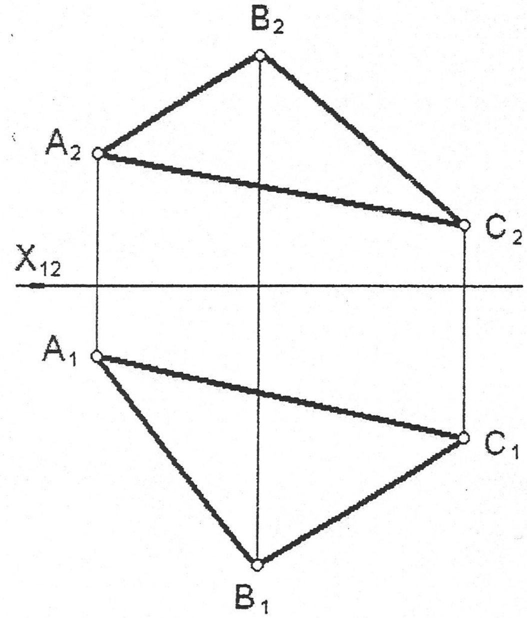
13. Из точки **A** плоскости **Σ(A,B,C)** восстановить перпендикуляр к ней длиной 40 мм.



14. Используя линии наибольшего наклона, определить угол наклона плоскости $\mathbf{\Sigma(A,B,C)}$:

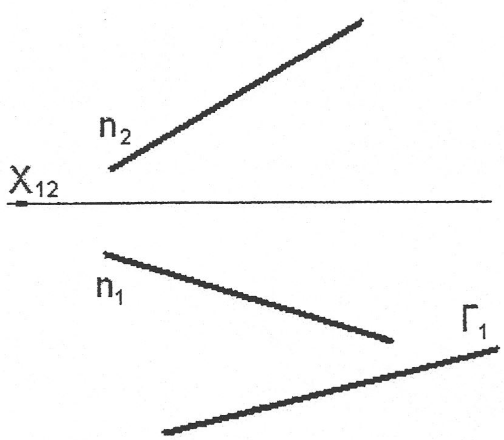
а) к плоскости проекций $\mathbf{\Pi_1}$, б) к плоскости проекций $\mathbf{\Pi_2}$.



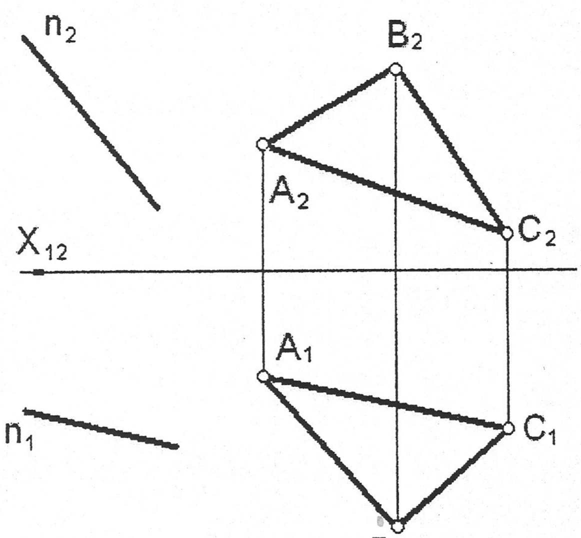


15. Через прямую общего положения $\mathbf{n(n_1,n_2)}$ провести перпендикулярную плоскость $\mathbf{\Sigma}$:
а) к плоскости $\mathbf{\Gamma(\Gamma_1) \perp \Pi_1}$, б) к плоскости общего положения $\mathbf{\Gamma(A,B,C)}$.

а)



б)



16. Построить горизонтальную проекцию **равнобедренного** треугольника **ABC**, основанием которого служит отрезок **AB,** параллельный **$П_1$**.